

Точка М движется относительно тела Д. По заданным уравнениям относительного движения точки М и движения тела Д определить для момента времени $t = t_1$ абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М (рис. 1).

Дано: $OM = S_z = 2,5\pi t^2$, см;
 $\varphi_e = 2t^3 - 5t$, рад; $t_1 = 2$ с; $R = 40$ см.

Решение

$$S_z = 2,5\pi t_1^2 = 2,5 \cdot \pi \cdot 2^2 = 10\pi \text{ см};$$

$$\varphi_z = \frac{OM}{R} = \frac{S_z}{R} = \frac{10\pi}{40} = \frac{\pi}{4} \text{ рад.}$$

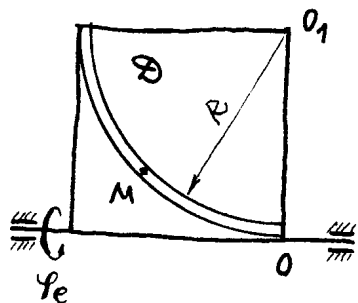


Рис. 1

Абсолютную скорость точки М найдем как геометрическую сумму относительной и переносной скоростей (рис. 2):

$$\vec{v} = \vec{v}_z + \vec{v}_e.$$

модуль относительной скорости

$$v_z = \frac{dS_z}{dt} = \frac{d}{dt} 2,5\pi t^2 = 5\pi t \Big|_{t=t_1} = 10\pi \approx 31,4 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

модуль переносной скорости

$$v_e = R\omega_e = R \cdot \frac{d\varphi_e}{dt} = R \frac{d}{dt} (2t^3 - 5t) = \\ = R(6t^2 - 5) \Big|_{t=t_1} = 40 \cdot (6 \cdot 2^2 - 5) = 760 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Т.к. $\vec{v}_z \perp \vec{v}_e$:

$$v = \sqrt{v_z^2 + v_e^2} = \sqrt{31,4^2 + 760^2} \approx 760,6 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

Абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме относительного, переносного и корiolисова ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_z + \vec{a}_e + \vec{a}_c.$$

или в развернутом виде (рис. 3):

$$\vec{a} = \vec{a}_{z\tau} + \vec{a}_{zn} + \vec{a}_e^B + \vec{a}_e^y + \vec{a}_c.$$

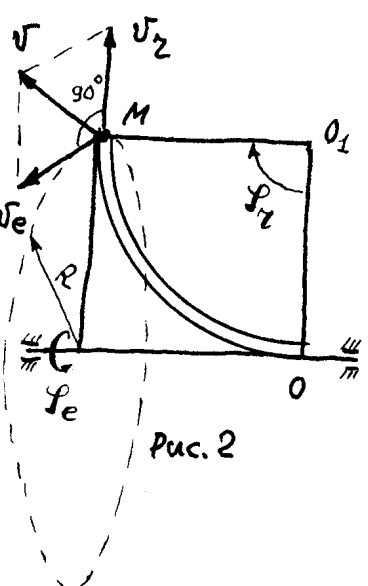


Рис. 2

(2)

модуль относительного касательного ускорения

$$a_{z\tau} = \frac{d^2 s_z}{dt^2} = \frac{d v_z}{dt} = \\ = \frac{d}{dt} 5\pi t = 5\pi \frac{\text{см}}{\text{с}^2} \approx 15,7 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

относительное нормальное ускорение

$$a_{zn} = \frac{v_z^2}{R} = \frac{(31,4)^2}{40} = 24,6 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

модуль переносного вращательного ускорения

$$a_e^B = R \varepsilon_e = R \frac{d^2 \varphi_e}{dt^2} = R \frac{d \omega_e}{dt} = \\ = R \frac{d}{dt} (6t^2 - 5) = R \cdot 12t \Big|_{t=t_1} = 40 \cdot 12 \cdot 2 = 960 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

модуль переносного центростремительного ускорения

$$a_e^y = R \omega_e^2 = R (6t^2 - 5)^2 = 40 \cdot 19^2 = 14440 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Корiolисово ускорение

$$a_c = 2 \omega_e v_z \sin(\vec{\omega}_e, \vec{v}_z) = 2 \omega_e v_z = \\ = 2 \cdot 19 \cdot 31,4 = 1190 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \text{ вектор } \vec{a}_c \text{ направлен согласно направлению векторного произведения } (\vec{a}_c = 2 \cdot \vec{\omega}_e \times \vec{v}_z) \text{ рис. 3.}$$

Модуль абсолютного ускорения точки M находим способом проецировки:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(a_e^B + a_c)^2 + a_{zn}^2 + (a_e^y - a_{z\tau})^2} = \\ = \sqrt{(960 + 1190)^2 + 24,6^2 + (14440 - 15,7)^2} \approx 14580 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Ответ: } v = 760,6 \frac{\text{см}}{\text{с}};$$

$$a = 14580 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

