

С6(11)

Определить главный вектор \vec{R}^* и главный момент \vec{M}_O системы сил относительно центра O и установить, к какому простейшему виду приводится эта система.

Размеры прямоугольного параллелепипеда см			Силы системы											
			P1			P2			P3			P4		
a	b	c	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление
10	40	30	8	A	AE	12	C	CB	20	O	OK	16	K	KD

Решение

1. *Определение модуля и направления главного вектора заданной системы сил по его проекциям на координатные оси.*

Проекции главного вектора на оси координат (рис. 1):

$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

$$X = P_2 = 12 \quad \text{Н}$$

$$Y = \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2}} \cdot P_3 - P_4 = 0$$

$$Z = P_1 + \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} \cdot P_3 = 20 \quad \text{Н}$$

Модуль главного вектора

$$R^* = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 23.32 \quad \text{Н}$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{R}^*, \vec{i}) = \frac{X}{R^*} = \frac{12}{23.32} = 0.515$$

$$\cos(\vec{R}^*, \vec{j}) = \frac{Y}{R^*} = \frac{0}{23.32} = 0$$

$$\cos(\vec{R}^*, \vec{k}) = \frac{Z}{R^*} = \frac{20}{23.32} = 0.858$$

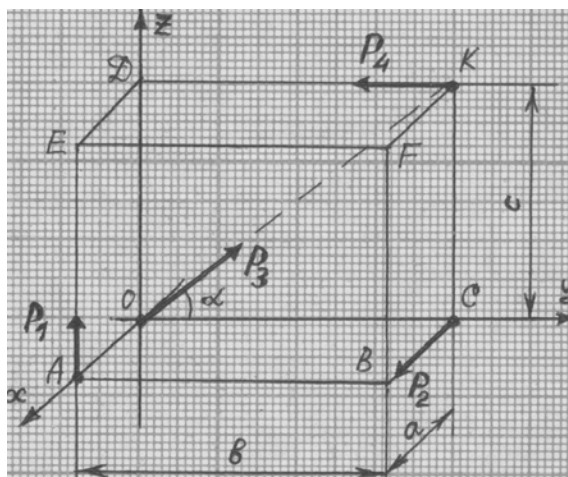


Рис. 1.

2. Определение главного момента заданной системы сил относительно центра O.

Главные моменты заданной системы сил относительно координатных осей:

$$M_X = c \cdot P_4 = 480 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

$$M_Y = -a \cdot P_1 = -80 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

$$M_Z = -b \cdot P_2 = -480 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

$$M_O = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2 + M_Z^2} = 683.5 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

Направляющие косинусы:

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{i}) = \frac{M_X}{M_O} = \frac{480}{683.5} = 0.702$$

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{j}) = \frac{M_Y}{M_O} = \frac{-80}{683.5} = -0.117$$

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{k}) = \frac{M_Z}{M_O} = \frac{-480}{683.5} = -0.702$$

3. Вычисление наименьшего главного момента заданной системы сил.

$$M^* = \frac{X \cdot M_X + Y \cdot M_Y + Z \cdot M_Z}{R^*} = -164.6 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

4. Так как $R^* \neq 0, M^* \neq 0$, то заданная система сил приводится к динаме (силовому винту) рис. 2.

Уравнение центральной оси:

$$\frac{M_X - (y \cdot Z - z \cdot Y)}{X} = \frac{M_Y - (z \cdot X - x \cdot Z)}{Y} = \frac{M_Z - (x \cdot Y - y \cdot X)}{Z} = \frac{M^*}{R^*}.$$

Подставляя в это уравнение найденные числовые значения величин, находим:

$$(1) \quad 564.7 - 20 \cdot y = 0$$

$$(2) \quad -80 - 12 \cdot z + 20 \cdot x = 0$$

Координаты точек пересечения центральной осью координатных плоскостей определяем при помощи уравнений центральной оси (1) и (2). Полученные значения помещены в таблице 2.

Таблица 2

Точки	Координаты, см		
	x	y	z
A1	0,0	28,2	-6,7
A2	-	-	-
A3	4,0	28,2	0,0

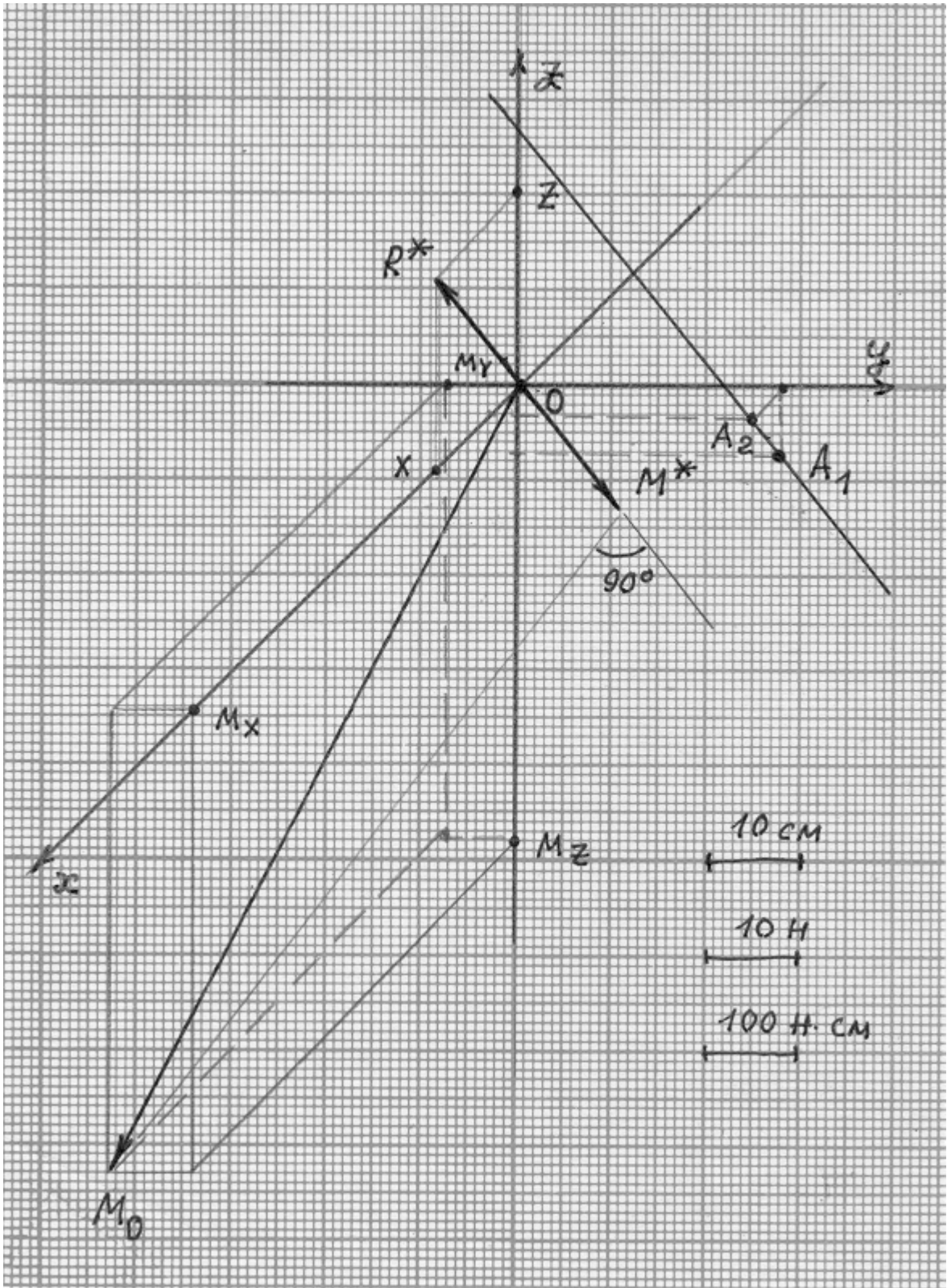


Рис. 2.