С5(22)

Определить максимальное значение силы P и реакции опор A, B, C, D системы, находящейся в покое (рис. 1). Учесть сцепление в двух опорных точках тела весом G.

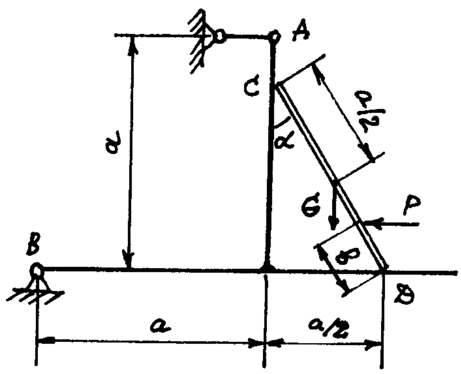


Рис. 1

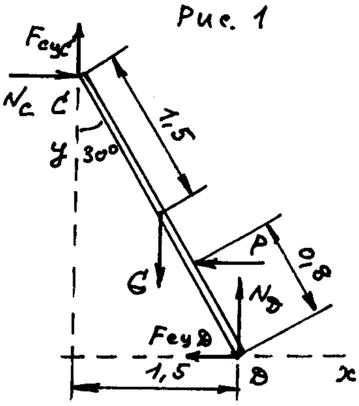


Рис. 2

Дано:

$G = 1{,}5$ кН;

$a = 3$ м; $b = 0{,}8$ м; $\alpha = 30°$; $f_{сц} = 0{,}35$.

Решение

Рассмотрим равновесие балки CD (рис. 2):

$$\Sigma X_i = 0;\quad N_C - P - F_{сцD} = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma Y_i = 0;\quad F_{сцC} - G + N_D = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma M_{iD} = 0;$$

$$P\cdot 0{,}8\cdot\cos 30° + G\cdot 1{,}5\cdot\sin 30° - N_C\cdot 3\cdot\cos 30° - F_{сцC}\cdot 1{,}5 = 0; \qquad (3)$$

В состоянии предельного равновесия сила P максимальна, а сила сцепления (трения покоя) в двух опорных точках задаётся равенствами:

$$F_{сцC} = f_{сц}\cdot N_C;\quad F_{сцD} = f_{сц}\cdot N_D. \qquad (4).$$

Из уравнений (1)-(4) получим:

$$\begin{cases} N_C - F_{сцD} - P = 0 \\ F_{сцC} + N_D = G \\ F_{сцC}\cdot 1{,}5 + N_C\cdot 3\cdot\cos 30° - P\cdot 0{,}8\cdot\cos 30° = G\cdot 1{,}5\cdot\sin 30° \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_C - N_D\cdot f_{сц} - P = 0 \\ f_{сц}\cdot N_C + N_D = G \\ (f_{сц}\cdot 1{,}5 + 3\cos 30°)N_C - P\cdot 0{,}8\cdot\cos 30° = G\cdot 1{,}5\cdot 0{,}5 \end{cases} \qquad (5)$$

Подставим численные значения и решим систему (5).

$$\begin{cases} N_C - 0{,}35\cdot N_D - P = 0 \\ 0{,}35\cdot N_C + N_D = 1{,}5 \\ 3{,}123\cdot N_C - 0{,}693\cdot P = 1{,}125. \end{cases} \qquad (6)$$

Решение системы (6) даст:

$P_{max} = -0{,}161$ кН;

$N_C = 0{,}325$ кН; $F_{сцC} = f_{сц}\cdot N_C = 0{,}114$ кН;

$N_D = 1{,}386$ кН; $F_{сцD} = f_{сц}\cdot N_D = 0{,}485$ кН.

Рассмотрим равновесие конструкции поддерживающей балку (Рис. 3).

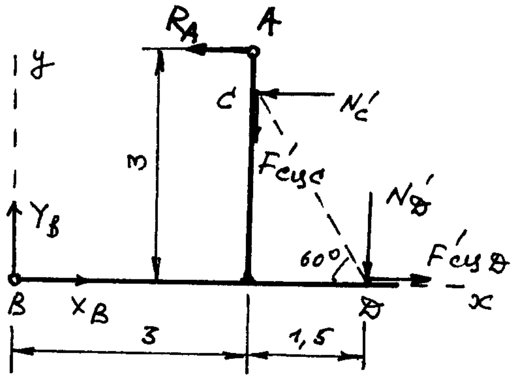


Рис. 3

$$\Sigma M_{iB} = 0;$$

$$+R_A \cdot 3 - N'_D \cdot 4{,}5 - F'_{сцC} \cdot 3 + N'_C \cdot 1{,}5 \cdot tg60° = 0;$$

$$R_A = \frac{-N_C \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}732 + N_D \cdot 4{,}5 + F_{сцC} \cdot 3}{3} = \frac{-0{,}325 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}732 + 1{,}386 \cdot 4{,}5 + 0{,}114 \cdot 3}{3} \approx$$

$$\approx 1{,}912 \text{ кН};$$

$$\Sigma X_i = 0; \quad X_B - R_A - N'_C + F'_{сцD} = 0;$$

$$X_B = R_A + N_C - F_{сцD} = 1{,}912 + 0{,}325 - 0{,}485 = 1{,}751 \text{ кН};$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad Y_B - F'_{сцC} - N'_D = 0;$$

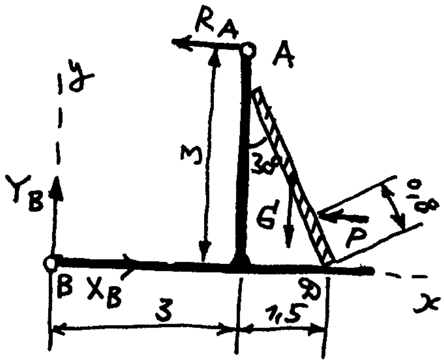
$$Y_B = F_{сцC} + N_D = 0{,}114 + 1{,}386 = 1{,}5 \text{ кН};$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{1{,}751^2 + 1{,}5^2} \approx 2{,}306 \text{ кН}.$$

Ответ

кН								
P_{max}	R_A	X_B	Y_B	R_B	N_C	$F_{сцC}$	N_D	$F_{сцD}$
−0,161	1,912	1,751	1,5	2,306	0,325	0,114	1,386	0,485

Проверка. Рассмотрим условия равновесия всей конструкции (Рис. 4).



$$\Sigma X_i = X_B - R_A - P = 1{,}751 - 1{,}912 - (-0{,}161) = 0;$$

$$\Sigma Y_i = Y_B - G = 1{,}5 - 1{,}5 = 0;$$

$$\Sigma M_i = -Y_B \cdot 4{,}5 + R_A \cdot 3 + G \cdot \frac{1{,}5}{2} + P \cdot 0{,}8 \cdot \cos 30° =$$

$$= -1{,}5 \cdot 4{,}5 + 1{,}912 \cdot 3 + 1{,}5 \cdot 0{,}75 +$$

$$+ (-0{,}161) \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}866 \approx 0$$